

اجب عن جميع الأسئلة

السؤال الأول :

1. لتكن $f(x, y, z) = x \sin \frac{y}{2} + y \cos \frac{z}{2} + z \tan \frac{x}{2}$

i) $f(\pi, 0, -\pi)$

ii) $\frac{d}{dx} f(x, x, x)$

أوجد :

iii) $\frac{d}{dy} f(y, y, 0)$

2. احسب النهايات التالية :

i) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^x \tan^{-1} y}{y}$

ii) $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,1)} \frac{xy - 2y}{x^3 - 8}$

السؤال الثاني :

1. لتكن $f(x, y) = \begin{cases} \frac{e^{x+y} \sin(x+y)}{x+y} & \text{for } (x, y) \neq (0, 0) \\ A & \text{for } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

أوجد قيمة الثابت A التي تجعل الدالة مستمرة عند النقطة (0,0)

2. أوجد $\frac{dw}{dt}$ حيث

$$w = \ln(2x + 2y - 2z^2)$$

$$x = 2t - 1, \quad y = \frac{1}{t}, \quad z = \sqrt{t}$$

3. لتكن $z = f(x, y)$ حيث $y = e^t$ and $x = t + \cos t$ أفرض أن

أوجد $\frac{dz}{dt}$ عند $t = 0$. $f_x(1, 1) = 4$, $f_y(1, 1) = -3$

السؤال الثالث :

أوجد التكاملات التالية :

$$i) \iint_R y\sqrt{1-y^2} dA$$

حيث R المنطقة المحددة بـ $1 \leq x \leq 5$, $0 \leq y \leq 1$

$$ii) \iint_R \sin \theta dA$$

حيث R المنطقة المحددة في الربع الأول الواقعة داخل الدائرة $r = 4 \cos \theta$ وخارج الدائرة $r = 2$

$$iii) \iiint_R 2z e^{-x^2} dy dx dz$$

حيث R المنطقة المحددة بـ $1 \leq z \leq 4$, $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq x$

السؤال الرابع :

1. أوجد معادلة المستوى المماسي إذا كان $\sin(x + y) + \tan(y + z) = 1$ عند النقطة

$$\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4} \right)$$

2. أوجد النقاط الحرجة لـ $f(x, y, z) = -x^3 + 9x - 4y^2$ وميز بينها .